

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

- 1) Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} + e^3, & x \leq 0 \\ (1-x)^{a/x}, & x > 0 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- a) (1 punto) Determina los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x)$ sea continua en $\mathbb{R}$.
b) (1 punto) Calcula, para $a = 1$, la recta tangente a la función en $x = -4$.

- 2) Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{3x^2 - 2} - (\sqrt{3}x + 5)].$$

- 3) Calcula:

$$\int e^{-x} (x^2 - 1) dx.$$

- 4) Para la siguiente función:

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$$

- a) (1 punto) Obtén el dominio de definición y estudia su crecimiento y decrecimiento.
b) (1 punto) Analiza la curvatura (concavidad = $\cap$ y convexidad = $\cup$) y existencia de puntos de inflexión en su dominio de definición. Obtén los puntos de inflexión caso de existir.

- 5) Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $AX - 2I = A^2$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
b) (1 punto) Analiza el rango de la matriz $A - mB$, según los valores de $m \in \mathbb{R}$, siendo A la matriz del apartado anterior y

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 6)

- a) (1 punto) Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = -2$, calcula justificadamente

$$\begin{vmatrix} -a+2 & -c+2 & -b+2 \\ x/2 & z/2 & y/2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}.$$

- b) (1 punto) Comprueba que la matriz B es invertible y calcula su inversa, siendo

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

7) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} -x + 3y + z = 5 \\ 2x + az = -4 \\ 4x - 3z = a + 1 \end{cases}$$

a) (1 punto) Discute según los valores de $a \in \mathbb{R}$ qué tipo de sistema es atendiendo a sus posibles soluciones (compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible).

b) (1 punto) Resuelve el sistema para $a=1$.

8)

a) (1 punto) Escribe la ecuación del plano que contiene a las rectas r_1 y r_2 , y además pasa por el punto $(-1, 2, 1)$, siendo

$$r_1 = \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$$

b) (1 punto) Dado el vector $\vec{v} = (2, k, 2k)$, calcula el valor $k \in \mathbb{R}$ para que $\vec{v}$ y los vectores directores de las rectas r_1 y r_2 sean linealmente dependientes.

9)

a) (1 punto) Dados los siguientes vectores: $\vec{v}_1 = a\vec{u}_1 - 2\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3$, $\vec{v}_2 = -\vec{u}_1 + a\vec{u}_2 + \vec{u}_3$, determina el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que los vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ sean ortogonales, sabiendo que los vectores $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ son ortogonales y de módulo igual a 1.

b) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro formado por los vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ y $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ siendo

$$\vec{v}_1 = (1, 0, -2) \quad \text{y} \quad \vec{v}_2 = (3, 1, 0)$$

10) El peso de los recién nacidos de una localidad, sigue una distribución normal de media 3300 gramos y desviación típica 465 gramos. Un recién nacido tiene bajo peso si su peso es inferior a 2500 gramos.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido en esta localidad tenga bajo peso?

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido en esta localidad tenga un peso entre 3500 y 4000 gramos?

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas. Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 puntos)
 - a. (1 punto) Se tendrá en cuenta la dificultad añadida con la función exponencial negativa. Aplicación de la definición de continuidad correctamente en todo el dominio, y calculando límites derecha, izquierda en $x=0$. Si no estudia la continuidad fuera del punto $x=0$ se penalizará con 0,3 puntos.
 - b. (1 punto) Cualquier método es válido. Si realizan bien la derivada, serán 0,4 puntos. Por algún error leve y aislado se restará un máximo de 0,25.
2. (2 puntos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Por errores leves se podrá descontar hasta un máximo de 0,25.
3. (2 puntos) Los pasos en el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Si no se incluye la constante de integración se penalizará con 0,4 puntos.
4. (2 puntos)
 - a. (1 punto) Dominio 0,3 puntos. Crecimiento 0,4 puntos. Decrecimiento 0,3 puntos.
 - b. (1 punto)
 - i. Punto de inflexión 0,4 puntos. Si no comprueban que es punto de inflexión -0,15 puntos. Si no dan el punto de inflexión completo (x, y) -0,15 puntos.
 - ii. Concavidad 0,3 puntos.
 - iii. Convexidad 0,3 puntos. Si no quitan el 0 de la región de convexidad -0,15 puntos.
5. (2 puntos)
 - a. (1 punto) Cualquier método es válido. Cálculo de A^2 , será 0,25, cálculo de A^2+2I 0,25. Si despeja correctamente X será 0,5 puntos. Por algún error leve y aislado se restará un máximo de 0,2.
 - b. (1 punto) La solución correcta debe contemplar todas las clasificaciones. Determinante distinto de 0 bien, 0,4 puntos. Caso $m \neq -1$, 1 0,2 puntos, caso $m=1$, 0,2 puntos, $m=-1$, 0,2 puntos. Si hay algún error leve que no simplifique el estudio se restará un máximo de 0,25.
6. (2 puntos)
 - a. (1 punto) Debe justificar los pasos. Por errores leves de cálculo, se podrá descontar un máximo de 0,25 puntos.
 - b. (1 punto) Si no analiza si tiene inversa se descontará 0,3 puntos. Cualquier método es válido para realizar la inversa. Se podrá descontar hasta 0,2 puntos por error leve.
7. (2 puntos)
 - a. (1 punto) Cualquier método es válido. Determinante 0,2 puntos, caso SCD, 0,3 puntos, caso SI, 0,5 puntos. Si hay algún error leve que no simplifique el estudio se restará un máximo de 0,2 puntos.
 - b. (1 punto) Se descontará un máximo de 0,2 por error leve y aislado.
8. (2 puntos)
 - a. (1 punto) La solución es que no existe el plano. Pero se dará por válida la solución del plano paralelo a las rectas. En general se considerará válida cualquier respuesta que sea coherente y justificada con relación a los datos proporcionados por el problema. Por errores leves y aislados se restará un máximo de 0,2 puntos.
 - b. (1 punto) Por algún error leve y aislado se descontará un máximo de 0,2 puntos.
9. (2 puntos)
 - a. (1 punto) Por algún error leve y aislado se descontará un máximo de 0,25 puntos.
 - b. (1 punto) No se contemplan puntuaciones intermedias.
10. En general es válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta.
 - a. (1 punto) Por pequeños errores de cálculo o por copiar mal el valor de la tabla normal se quitará un máximo de 0,3 puntos.

- b.** (1 punto) Por pequeños errores de cálculo o por copiar mal el valor de la tabla normal se quitará un máximo de 0,3 puntos.